

Maree - note storiche e teoria dinamica

Le prime notizie certe sulla conoscenza delle maree risalgono alla fine del IV secolo a.C.: Pitea nel suo trattato *Sull'Oceano* descrive le forti escursioni sulle coste della Bretagna annotandone la relazione con il ciclo lunare; nel corso della campagna d'Oriente di Alessandro Magno la flotta dell'ammiraglio Nicearco ebbe l'occasione di sperimentare a proprio danno l'effetto delle forti escursioni di maree dell'Oceano indiano. Sappiamo dallo storico e geografo greco Strabone (I sec. a.C.) che Eratostene (III-II sec. a.C.) aveva descritto il ciclo delle maree semidiurne in cui in una giornata si alternano due alte maree, con un massimo quando la Luna si trova al culmine sull'orizzonte, in tal modo ribadendo l'influenza della Luna. Mise anche in evidenza l'origine mareografica delle correnti negli stretti. È sempre Strabone a fornirci notizie su un altro studioso delle maree, il matematico ed astronomo greco Seleuco di Babilonia (II sec. a.C.), sostenitore della teoria eliocentrica di Aristarco di Samo (Plutarco). Egli, raccogliendo nel tempo le altezze del mare nell'area settentrionale del Golfo Persico, riconobbe il ciclo annuale delle diseguaglianze diurne, ovvero che le due alte maree in un dato giorno potevano essere molto diverse in altezza e che la differenza variava durante il mese, essendo maggiore quando la Luna è più a nord o a sud dell'equatore. Ed ancora lo storico greco riporta un altro significativo risultato, ottenuto dal filosofo greco Posidonio (I sec. a.C.), consistente nell'aggiunta al ciclo diurno, di un ciclo mensile scandito dalle fasi lunari, con massimi nelle epoche sigiziali e minimi nelle quadrature ed uno annuale, legato alla declinazione della Luna.

Riconosciuta l'influenza della Luna sul fenomeno risultava misteriosa la sua origine, dando luogo a numerose congetture, tutte lontane dalla realtà.

Impensabile l'esistenza di una forza attrattiva lunare. Anche scienziati come Galileo e Keplero (2° metà XVI - 1° metà XVII sec.) non la immaginavano nemmeno. Solo con la formulazione nel 1687 della legge della gravitazione universale, ad opera di Newton (1642 - 1726), si ottennero i principi che permisero di comprendere in modo definitivo il meccanismo delle forze generatrici delle maree.

Il passo successivo doveva essere quello di predire il fenomeno. 50 anni dopo Newton l'Accademia di Parigi istituì un premio (*Grand Prix*) da assegnare a colui che avesse dato un contributo in tal senso. Lo vinsero Daniel Bernoulli (1700 - 1782) e Leonard Eulero (1707 - 1783).

I loro studi riguardarono una Terra semplificata, ricoperta interamente da uno strato uniforme di acqua di piccolo spessore e dall'attrito interno trascurabile, la cui evoluzione è un insieme di successive condizioni di equilibrio. Tale teoria, in seguito detta *teoria statica delle maree*, non è però sufficiente a giustificare i fenomeni che si possono osservare nei vari luoghi del globo.

D'altro canto essa riesce a spiegare la genesi delle maree, pur non trovando del tutto corrispondenza con i fenomeni reali, influenzati dalle configurazioni relative delle terre e dei mari, dalle condizioni meteorologiche ed altro ancora, che mutano fortemente da mare a mare e da sito a sito in uno stesso bacino.

L'assunzione di considerare ad ogni istante che la superficie delle acque si disponga in condizioni di equilibrio rispetto al campo delle forze perturbatrici, è il principale motivo della discordanza fra teoria e osservazioni.

Ci sono molti effetti dinamici che modificano le previsioni sulle maree fornite dalla teoria statica: - risonanza naturale del corpo idrico; - effetto degli attriti sul fondo marino; - presenza delle terre emerse con la relativa morfologia subacquea; - effetto della forza di Coriolis e delle conseguenti onde; - influenza dei fenomeni meteorologici.

Il primo a compiere studi dinamici fu Pierre-Simon Laplace (1749 - 1827) che nel 1782, nel suo trattato di Meccanica celeste, basato sui fondamenti enunciati da Newton nei *Principia*, riporta alcuni risultati generali riguardo allo sviluppo in serie delle attrazioni degli sferoidi. Tali risultati, in cui compare anche la rotazione della Terra (non era ancora stata formulata la *forza di Coriolis*),

pur risultando un passo avanti nello studio delle maree non risolvevano, per le intrinseche approssimazioni, l'aspetto predittivo delle maree.

La risposta venne data quando le maree furono analizzate come oscillazioni stazionarie sollecitate, almeno qualitativamente, dalle stesse forze perturbatrici esposte nella teoria statica. Intanto nel 1822 venne pubblicato il testo *Teorie analytique de la chaleur* in cui l'autore, il matematico francese Jean Baptiste Fourier (1768-1830), espone, applicandola alla diffusione del calore, la sua "scoperta" più famosa, la *serie di Fourier*, un insieme di funzioni di seni e coseni con cui poter rappresentare una funzione periodica qualsiasi.

Una delle prime applicazioni dell'analisi di Fourier si ebbe negli studi sulle corde vibranti e quindi nell'acustica, tanto da essere nota pure come *analisi armonica* di una funzione, consistente nella sovrapposizione di fenomeni periodici, teoricamente infiniti, con periodi e ampiezze sempre minori, detti *componenti armoniche* o semplicemente *armoniche*.

Analogamente le maree di un luogo vengono analizzate come variazione periodica conforme alle forze generatrici astronomiche anch'esse periodiche, un'assunzione già a suo tempo enunciata da Laplace: "lo stato di un sistema di corpi (vedi particelle d'acqua), nel quale per attrito scompaiono via via le condizioni del moto, è periodico come le forze che lo determinano". L'analisi armonica della marea, condotta su un grafico di una sufficientemente lunga registrazione mareografica per un dato luogo, permette di ricavare ciascuna oscillazione di marea per ciascuna forza generatrice (*componenti armoniche*), la cui somma fornisce un profilo mareografico molto simile a quello registrato in quel luogo ricavando così gli elementi per l'applicazione di un metodo armonico di previsione nel tempo delle maree in quella stessa località.

L'effettivo utilizzo pratico del metodo si ebbe nel 1867 ad opera del fisico scozzese William Thomson (1824 - 1907), che diverrà lord Kelvin nel 1892. La genialità del nuovo metodo armonico risiede nel fatto di non richiedere alcuna conoscenza di idrodinamica, permettendo di ricavare oltre alle componenti orbitali del sistema Terra-Luna-Sole, le cosiddette *armoniche di sovrarmarea*, caratterizzanti fattori non astronomici come l'influenza per acque poco profonde (*shallow water*) in cui la curva della marea può, ad esempio, mostrare una salita più rapida e una caduta più lenta.

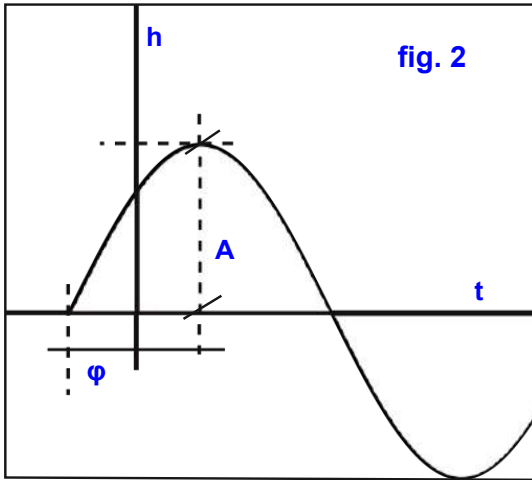
La distinzione delle varie componenti armoniche è ottenuta mediante un simbolo costituito da una lettera, indicativo della corrispondente causa generatrice e di un numero, rappresentativo dei cicli che compongono un giorno di quella componente (es.: 1 se la componente ha un ciclo diurno e 2 se la componente ha un ciclo semidiurno).

Armoniche	Simbolo	Periodo (h)
<i>lunare semidiurna principale</i>	M_2	12.42
<i>solare semidiurna principale</i>	S_2	30.00
<i>lunare ellittica semidiurna</i>	N_2	28.44
<i>lunisolare declinazionale semidiurna</i>	K_2	30.082
<i>lunisolare declinazionale diurna</i>	K_1	15.041
<i>lunare declinazionale diurna</i>	O_1	13.94
<i>solare declinazionale diurna</i>	P_1	14.96
<i>quartodiurna</i>	M_4	57.968
<i>composta quartodiurna</i>	MS_4	58.984

fig. 1

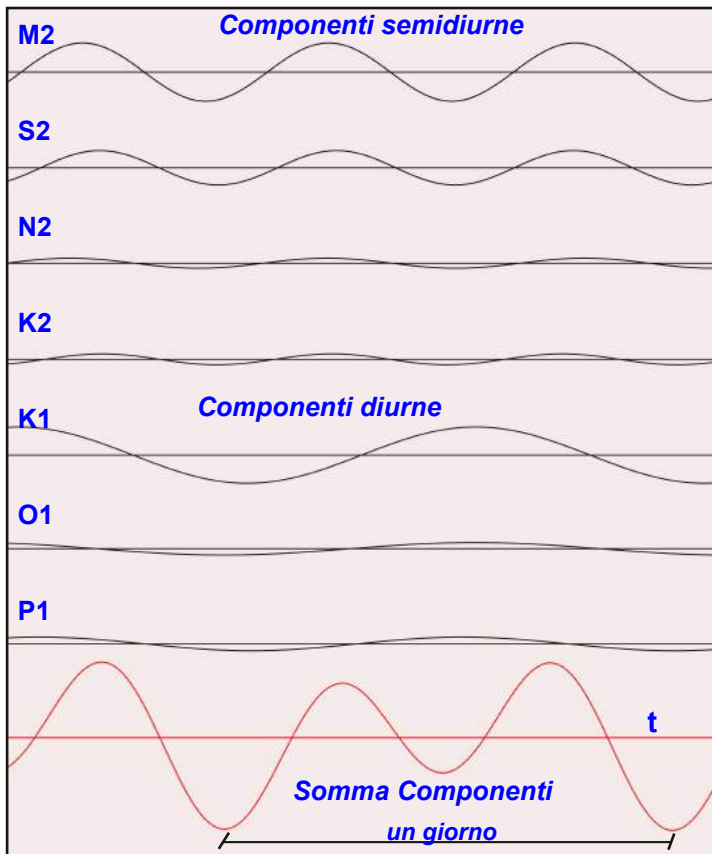
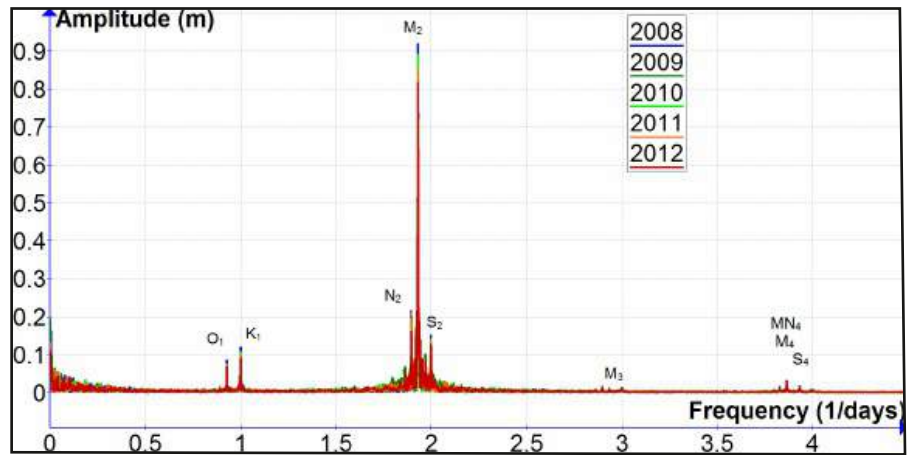
Le costanti armoniche semplici più significative con i relativi differenti periodi

Fu George Darwin (1845 - 1912), figlio del famoso naturalista Charles, fornendo un ulteriore contributo all'analisi delle maree, a classificare le forze generatrici in tal modo, un metodo ancora oggi in uso.



Singola componente armonica:
 $[A \cos(\omega t + \varphi)]$ di ampiezza A e fase φ ricavata dall'analisi di una registrazione mareografica

Spettro di frequenza di una registrazione mareografica.
 Nell'esempio M_2 ha l'ampiezza maggiore, seguita da N_2 ed S_2 , tutte con frequenza doppia giornaliera (ciclo semidiurne)



Ampiezze (in scala) delle singole componenti armoniche nel tempo e loro somma (in rosso)

fig. 3

Simbolo	N O M E	Vel. oraria
ONDE SEMIDIURNE		
M ₂	Lunare semidiurna principale	28.984
S ₂	Solare » »	30.000
N ₂	Lunare » ellittica maggiore	28.440
K ₂	Lunisolare declinazionale semidiurna	30.082
L ₂	Lunare semid. ellittica minore	29.528
2N ₂	» » » di 2° ordine	27.895
T ₂	Solare semid. ellittica maggiore	29.959
R ₂	» » » minore	30.041
v ₂	Lunare evezionale maggiore	28.513
λ ₂	» » » minore	29.456
μ ₂	Lunare variazionale	27.968
ONDE DIURNE		
K ₁	Lunisolare declinazionale diurna	15.041
O ₁	Lunare diurna principale	13.943
P ₁	Solare » »	14.959
OO	Lunare diurna di 2° ordine	16.139
Q ₁	Lunare diurna ellittica maggiore	13.399
M ₁	» » » minore	14.497
J ₁	Lunare diurna ellittica piccola	15.585
2Q	» » » di 2° ordine	12.854
o ₁	Lunare diurna evezionale maggiore	13.472
S ₁	Onda diurna meteorologica	15.000
ONDA TERZODIURNA		
M ₃	Lunare, della 4 ^a potenza della parallasse	43.476
SOVRAMAREE		
M ₄	Lunare quartodiurna (di acqua bassa)	57.968
M ₆	» sestodiurna » »	86.952
M ₈	» ottavodiurna » »	115.936
S ₄	Solare quartodiurna » »	60.000
S ₆	» sestodiurna » »	90.000
ONDE COMPOSTE		
MS ₄	Onda composta M ₂ + S ₂ (di acqua bassa)	58.984
MN	» » M ₂ + N ₂ » »	57.424
MK	» » M ₂ + K ₁ » »	44.025
2MK	» » M ₄ - K ₁ » »	42.927
2SM	» » S ₄ - M ₂ » »	31.016
ONDE A LUNGO PERIODO		
Mf	Lunare quindicinale	1.098
Mm	» mensile	0.544
Msf	» sinodica quindicinale	1.016
Sa	Solare annua (meteorologica)	0.041
Ssa	» semestrale	0.082

Componenti armoniche e loro velocità orarie

37 componenti, indicate come Onde, divise in: - termini principali (un gruppo semidiurno ed uno diurno) relativi al sole e alla luna, rappresentative delle azioni dovute ai due astri nell'ipotesi di un moto alla loro distanza media; - termini secondari, quali correzione dei primi, ad esempio per variazione della declinazione (declinazionale) o della distanza (ellittici) e ulteriori componenti correttive non solo astronomiche.

fig. 4

Il numero delle componenti può essere anche molto elevato (fino a 100 ed oltre), ma in genere per le esigenze della navigazione si ricorre a poche componenti, quelle di ampiezza più significativa, il cui numero varia in relazione alle aree sottoposte a previsione. Ad esempio per i nostri mari ne sono sufficienti nove.

In definitiva, dalla registrazione mareografica vengono prima isolati, con i metodi di Fourier, per ciascuna significativa componente armonica, di cui è noto il periodo (fig. 1), le relative costanti (ampiezza e fase), elementi necessari per la successiva analisi armonica previsionale.

In assenza di calcolatori digitali i processi di estrazione e di previsione erano laboriosi richiedendo calcoli all'epoca molto complicati per la loro esecuzione a mano con tempi lunghi e possibilità di errori.

Se le costanti armoniche possono ritenersi costanti nel tempo, almeno su lunghi periodi (d'altra parte sono ottenute da registrazioni di lungo periodo), le previsioni dovevano essere calcolate periodicamente, ma gli accennati problemi nelle elaborazioni non ne favorivano la diffusione ad uso dei naviganti.

Fu la crescente pressione delle compagnie di navigazione commerciale, che richiedevano un maggior numero di previsioni più accurate e disponibili più rapidamente, a sollecitare il finanziamento per l'ideazione di un dispositivo meccanico in grado di eseguire con maggiore efficienza i calcoli previsionali.

La prima macchina da calcolo fu ideata proprio dallo stesso Thomson nel 1872.

Si trattava in sostanza di un calcolatore analogico che impiegava 10 costanti armoniche.

Nella fig. 7 è riportato lo schema di tale macchina in cui ogni gruppo di ruote svolge il compito di calcolare la seguente relazione generica: $h = A \cos(\omega t + \varphi)$ in cui A e φ rappresentano le due

fig. 5

	Ampiezza A (cm)	Fase φ (gradi)	Velocità angolare ω (gradi/ora)
M2	23.0	269.3°	28.9841042
S2	13.6	324.9°	30.0
N2	3.8	266.6°	28.4397295
K2	4.9	130.7°	30.0821373
K1	18.7	86.3°	15.0410686
O1	5.8	36.8°	13.9430356
P1	5.3	98.9°	14.9589314
S1	1.5	268.4°	15.0000020

Armoniche di marea astronomica per Venezia (- Punta della Salute (latitudine: 45°25'51" N, longitudine: 12°20'15" E), pubblicate nel 2022 dal Comune
 (Nota: per le previsioni di Venezia sono sufficienti otto armoniche)

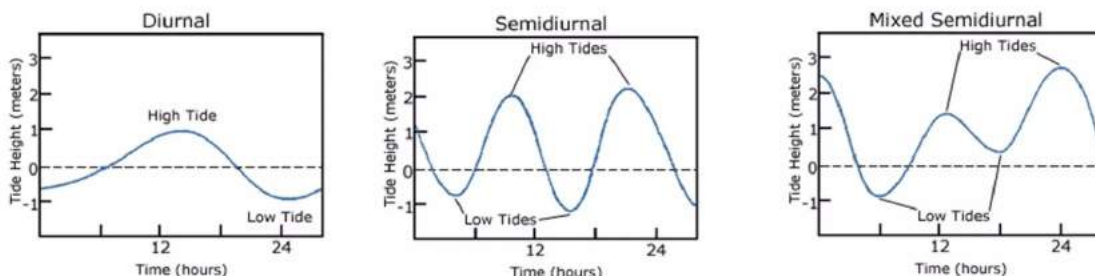
$$N_f = \frac{K_1 + O_1}{M_2 + S_2}$$

$N_f < 0.25$: Semidiurnal tide
 $N_f = 0.25 - 3.0$: Mixed
 $N_f > 3.0$: Diurnal

\updownarrow
1.5
 \updownarrow

fig. 6

Note: For a mixed tide: $N_f < 1.5$ it is predominantly semi-diurnal and; if $N_f > 1.5$, it is predominantly diurnal



Fattore di forma N_f rappresentativo del tipo di marea secondo i campi numerici appresso riportati (NOAA)

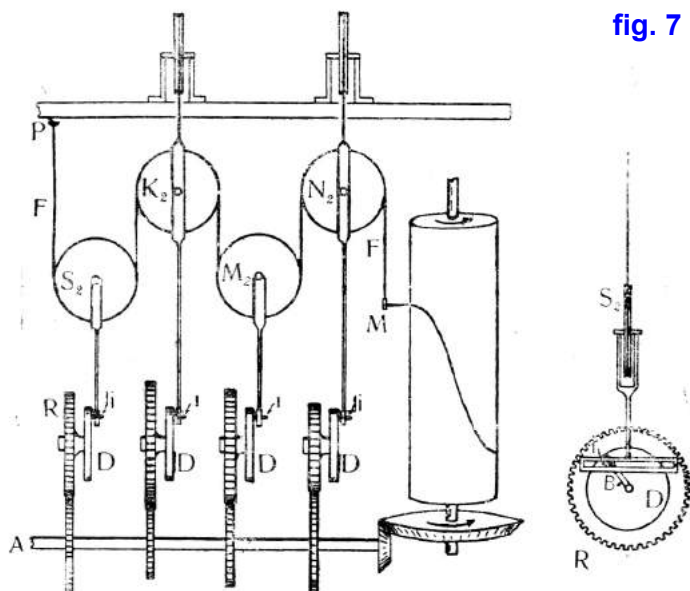


fig. 7 Schema della macchina di Kelvin e foto di uno dei primi modelli



L'asse A, mosso da un motore elettrico a velocità costante, definisce lo scorrere del tempo. Per ciascuna componente armonica l'asse ha calettata una ruota ad ingranaggi che fa ruotare una corrispondente ruota R in rapporto alla velocità della specifica armonica (proporzionale a ω). Ognuna di tali ruote è dotata di disco D fornito di un braccio libero di ruotare a cui è fissato un piolo i che permette, tramite guida, di trasformare il moto rotatorio della ruota D in moto armonico dell'asta collegata alla sovrastante puleggia (schema a destra). La messa a punto (setting) della macchina consisteva nel variare la posizione radiale del piolo (l'ampiezza del costituente armonico proporzionale ad A) mentre ruotando il disco D per poi serrarlo alla ruota R permetteva di variare lo sfasamento dell'armonica (angolo di fase φ). Le pulegge trovandosi in serie consentivano, con il contributo di ciascun componente, di rappresentare su un tamburo rotante, tramite la penna M, l'ampiezza complessiva della marea nel tempo. Dopo il setting occorrevano circa 30 minuti per elaborare le previsioni di un anno.



Il meccanismo di una macchina delle previsioni degli Stati Uniti realizzata nel 1893, probabilmente la più precisa e completa mai costruita (NOAA)

costanti armoniche per ciascuna componente estratta dalle registrazioni del livello del mare al mareografo e ω è la velocità angolare.

Per il livello effettivo delle acque occorre aggiungere alla somma di tutte le componenti il livello medio del mare valutato su un periodo sufficientemente lungo (ved. **chart datum**).

La realizzazione della macchina era particolarmente complicata. Basta tener conto che il rapporto tra le velocità di rotazione delle varie ruote R (proporzionale alla velocità ω di ciascun costituente) è tipicamente un numero irrazionale ($\omega = 2\pi/T$ ved. fig. 1) per cui il calcolo dei denti degli ingranaggi non era affatto un processo semplice.

Nonostante tutto furono costruite anche delle macchine che erano in grado di determinare l'ora dell'AM e BM e i corrispondenti valori di ampiezza, ciò per ogni giorno dell'anno.

Con la fine dell'800 e per la prima metà del secolo successivo Inghilterra, Stati Uniti e Germania svilupparono, migliorandole, proprie macchine di previsione delle maree per la navigazione marittima, ma non solo. L'importanza strategica militare si manifestò nel corso di entrambe le Guerre Mondiali.

Venne utilizzata per pianificare lo sbarco in Normandia del D-Day e tutti gli sbarchi sulle isole durante la guerra del Pacifico.

Si costruirono macchine in grado di sommare 40 onde armoniche componenti. Numerosi furono gli Istituti idrografici che si dotarono di tali macchine analogiche impiegate fino alla metà degli anni '60 del secolo scorso quando fece la comparsa il calcolatore elettronico digitale.

Le previsioni delle maree oggi vengono calcolate con appositi programmi software che utilizzano lo stesso metodo armonico delle macchine analogiche, ma sono in grado di gestire un numero molto più ampio di costituenti, anche oltre 200, in tempi brevissimi ed assenza di errori di calcolo. Per le acque profonde la mancanza di rilievi mareografici ha portato allo sviluppo di modelli semi-empirici globali che ricorrono a misure altimetriche satellitari che, pur di ridotta precisione rispetto ai rilievi ai mareografi, sono le uniche possibili in alto mare.